**ГЛАВА 3. КИНЕМАТИКА ТОЧКИ**

Механической системой в момент t0 или положением системы в момент t0 - точка M0 в En, n = 1, 2, 3. Пусть J – промежуток на R. Движением этой системы дважды непрерывно дифференцируемая функция D: J → En времени t такую, что D(t0) = M0. Если точка пространства представлена радиус–вектором в какой-либо декартовой системе координат, то ее движение представляется вектор–функцией : J → Rn . В этом случае скоростью и ускорением точки в этом движении называют соответственно вектор–функции =, =, а траекторией точки называют кривую {(t) ∈ Rn |t ∈ J}.

**Коэффициенты Ламе (Hm):**

Мы знаем, что:

Движением точки в криволинейных координатах =(q1(t), q2(t), q3(t)).

**Теорема.**   
Пусть = (q1(t), q2(t), q3(t)) – движение точки, – проекция вектора скорости = на qm (то есть на ось ). Тогда:

**Теорема.**Мы знаем, что:

Пусть – проекция ускорения на ось qm , то есть на вектор , и используя вышесказанные обозначения и T = = 2. Тогда, если криволинейная система координат (q1, q2, q3) ортогональна, то = −1 (T), где (T) – линейный дифференциальный оператор, определяемый равенством:

**Движение точки в естественных координатах:**

Зададим траекторию движения точки функцией (t) = (x(t), y(t), z(t)) на некотором промежутке J ⊂ R времени t. Предположим, что функция (t) непрерывно дифференцируема k раз, причём , . В каждой точке (t) участка траектория имеет касательную, совпадающую по направлению с вектором скорости =(t). Далее, рассмотрим базис (, ,), где - орт касательной, - орт нормали, = × - орт бинормали. Разложение скорости по осям данной системы координат очевидно: =.

Получим проекцию по вышеупомянутым осям вектора ускорения.

Мы знаем:

векторы и лежат в соприкасающейся плоскости, следовательно вектор d/dt = −1(− (d/dt)) лежит в соприкасающейся плоскости. Так как

то вектор d/dt ортогонален вектору , а точнее направлен по вектору .

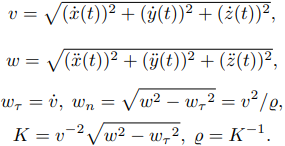
Получаем: , , где ,

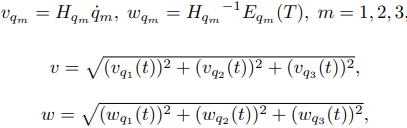
τ, n - *касательное и нормальное ускорения*. n может быть выражена через радиус кривизны траектории. Чтобы получить это введем последовательно понятия *естественной координаты (s), угла смежности* (∆ϕ), *кривизны (*K = dϕ/ds) *и радиуса кривизны (* = K−1)*.* Это курс дифференциальной геометрии и подробно описывать я это не буду. Получаем: , .

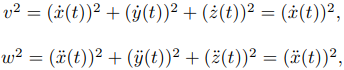
**Лемма:**

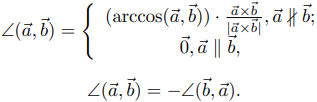
**Теорема:**

**Кинематический метод определения кривизны траектории движения точки:**

Движение точки задано тройкой скалярных функций x(t), y(t), z(t). = (t), = (t) - модули скорости и ускорения. Из приведённых выше формул выводим:

Пусть теперь движение точки задано тройкой криволинейных координат - скалярных функций q1(t), q2(t), q3(t), и = (t), = (t) - модули ее скорости и ускорения. Получаем формулы:

**Движение по прямой:** Траектория точки лежит на прямой. Начало системы Oxyz поместим на эту прямую, а ось x направим вдоль нее. Получаем y = 0, z = 0 и формулы:

**Движение по окружности:**

Углом поворота между векторами:

Угол между и - величина |∠(,)| = arccos(,). ∆s — приращение естественной координаты за время движения точки от момента t до момента t + ∆t, ∆ϕ — угол смежности за это время. ∆s = R∆ϕ, следовательн, устремляя ∆t к нулю, получаем равенства: K = dϕ/ds = lim при ∆s→0 (∆ϕ/∆s) = R−1, = R. Движение в цилиндрической системе координат: z = 0, r = R, ϕ = ϕ(t). Приращение полярного угла за время ∆t - угол смежности за это время. Так как = ds/dt, и разделив равенство ∆s = R∆ϕ на ∆t и при ∆t→ 0, получим: = Rϕ, τ = = Rϕ, n = 2/ = Rϕ2 , = R + R2.

Пусть — единичный вектор, параллельный бинормали и исходящий из полюса — центра окружности, ∆ϕ — вектор угла поворота, = — средняя угловая скорость, = — угловая скорость, = — угловое ускорение. Получаем формулы: = Rω, τ = Rε, n = Rω2, = Rε + Rω2.

Движение по окружности - *равномерным вращением*, если ω = ω0, где ω0 =const. Так как ω = то ϕ(t) = ω0(t − t0) + ϕ(t0), ε = 0, τ = 0, n = R.

Движение по окружности - *равнопеременное вращение*, если ε = ε0=const. Так как ε==, то ϕ(t) = (t − t0)2 + ω(t0)(t − t0) + ϕ(t0), τ = Rε0.